


MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE ESTÁTICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIAADAS SUBMETIDAS À AÇÃO DO VENTO

 <https://doi.org/10.63330/aurumpub.043-008>

Evandro de Carvalho Ribeiro

Mestre, UnB, Brasil

E-mail: eng.prof.evandro@gmail.com

Francisco Arlon de Oliveira Chaves

Mestre, IFPI, Brasil

E-mail: arlonoliv@hotmail.com

Francisca das Chagas Oliveira

Doutoranda, UFCG, Brasil

E-mail: engenheira.franoliv@gmail.com

Andreson de França Almeida

IFPI, Brasil

E-mail: andresonalmeida@ifpi.edu.br

Eugenia Maria dos Santos Cordeiro

Especialista, UESPI, Brasil

E-mail: emscoreiro81@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo numérico envolvendo torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada, com alturas de 10 e 30 metros, utilizadas para sistemas de telecomunicações, submetidas à ação estática do vento. Os procedimentos adotados para a determinação das forças estáticas do vento seguem a metodologia apresentada na Norma Brasileira NBR6123. Para o estudo numérico, as torres estaiadas foram modeladas utilizando formulações matemáticas lineares e não-lineares que permitem a introdução de forças de pré-tensionamento nos elementos de cabo das torres como também os efeitos da variação da temperatura. Estes modelos foram introduzidos em quatro programas computacionais desenvolvidos por Menin, cujos resultados obtidos foram comparados aos do programa comercial SAP2000.

Palavras-chave: Torres Estaiadas; Método de Monte Carlo; Análise Dinâmica; Análise Não-Linear.

1 INTRODUÇÃO

As torres de telecomunicações são estruturas que se caracterizam pelo seu baixo peso próprio, elevada esbeltez e flexibilidade e um sistema no qual os esforços axiais são preponderantes. Essas

características, somada a rara ocorrência de terremotos no Brasil, as tornam suscetíveis à ação do vento, o qual vem a ser o fator determinante para o projeto.

As torres estaiadas utilizadas nesta análise constituem estruturas treliçadas de seção transversal quadrada. A estrutura principal utiliza perfis laminados do tipo cantoneira de abas iguais devidamente unidas por parafusos. Os cabos utilizados são do tipo EHS (*Extra High Strength*) compostos por sete fios de aço, sendo discretizados nas torres estaiadas somente como um elemento ao longo do seu comprimento.

Para a realização da análise estática, foram levadas em consideração as prescrições da norma brasileira NBR6123 submetendo as torres estaiadas ao carregamento do vento proposto pela referida norma (com incidência perpendicular em relação à face da torre), assim como as cargas de peso próprio e de tensionamento dos cabos.

Na discretização das estruturas são empregados elementos finitos retos de dois nós (cabos e treliças), admitindo-se apenas rigidez na direção axial. O material é de comportamento linear elástico e as forças externas atuam somente nos nós dos elementos. A formulação admite alongamentos nos elementos de cabo para a introdução das forças de pré-tensionamento, segundo dois modelos matemáticos:

- Modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino);
- Modelo linear para cabo tensionado (Pulino).

Estes modelos descrevem basicamente a obtenção da função Energia Potencial Total do sistema, a fim de que a posição de equilíbrio estático seja obtida pela minimização dessa função através de um algoritmo do tipo Quasi-Newton.

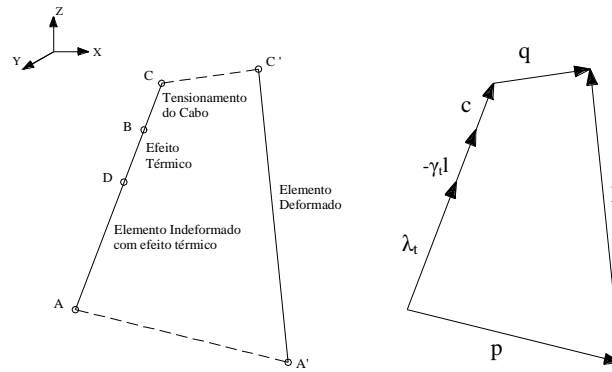
Para a obtenção dos resultados da análise estática torres metálicas estaiadas de 10m e 30m de altura, são utilizados dois programas computacionais desenvolvidos por Menin. Os programas utilizam as duas formulações matemáticas para modelos de análise linear e não-linear empregados para elementos finitos de dois nós (cabos e treliças).

2 MODELO NÃO-LINEAR PARA CABO TENSIONADO

2.1 DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL

Na Figura 1, a configuração indeformada de um elemento de cabo é representada pelo segmento AB, o tensionamento pelo segmento BC e o efeito térmico por BD, de modo que o cabo indeformado, após sofrer o efeito térmico, é representado pelo segmento AD. A configuração deformada do elemento, após sofrer o efeito dos carregamentos nodais externos, é representada pelo segmento A'C'. Os deslocamentos nodais AA' e CC' são indicados pelos vetores – p e q – respectivamente.

Figura 1 – Modelo não-linear de elemento de cabo e representação vetorial



onde:

λ_c : vetor que representa a distância entre os nós (segmento AC);

l : vetor que representa o comprimento inicial do cabo (segmento AB);

$\gamma_t l = \alpha \Delta T l$: efeito térmico; ΔT a variação de temperatura;

λ_t : vetor que representa a configuração indeformada com efeito térmico;

l' : vetor com a configuração deformada;

p, q : deslocamentos nodais nas extremidades inicial e final;

$\mu = \|c\|$: módulo do vetor c ;

$\mu_t = \|\gamma_t l\|$: módulo do vetor $\gamma_t l$.

Podemos verificar a partir da Figura 1 que:

$$p + l' = \lambda_t - \gamma_t l + c + q \quad (1)$$

$$l' = \lambda_t - \gamma_t l + c + q - p \quad (2)$$

Fazendo:

$$z = q - p + c - \gamma_t l \quad (3)$$

Tem-se:

$$l' = \lambda_t + z \quad (4)$$

A deformação longitudinal do elemento pode então ser dada por:

$$\varepsilon = \frac{\|l'\| - \|\lambda_t\|}{\|\lambda_t\|} \quad (5)$$

Lembrando que:

$$\|l'\| = \sqrt{(\lambda_t + z)^T (\lambda_t + z)} \quad (6)$$

$$(7) \quad \text{sendo } \lambda_t = (\lambda_c - c + \gamma_t l) = L_t u \Rightarrow \|\lambda_t\| = \|L_t u\| = L_t \|u\| = L_t$$

onde u é vetor dos cossenos diretores do elemento de cabo na configuração indeformada e L_t o comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.

Portanto, substituindo-se (7) em (6):

$$\|l'\| = \sqrt{L_t^2 u^T u + L_t u^T z + z^T L_t u + z^T z} \quad (8)$$

Sabendo que:

$$u = (\cos \eta, \cos \gamma, \cos \xi) \quad (9)$$

$$\text{Então: } u^T u = \cos^2 \eta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \xi = 1 \quad \text{e}$$

$$L_t u^T z = z^T L_t u \quad (10)$$

Substituindo (10) em (8):

$$\|l'\| = \sqrt{L_t^2 + 2L_t z^T u + z^T z} \quad (11)$$

Substituindo-se (7) e (11) em (5):

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{L_t^2 + 2L_t z^T u + z^T z} - L_t}{L_t} \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{1 + L_t^{-1} z^T (2u + L_t^{-1} z)} - 1 \quad (12)$$

Fazendo:

$$\delta = L_t^{-1} z^T (2u + L_t^{-1} z) \quad (13)$$

Tem-se que a deformação longitudinal de um elemento de cabo será:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \delta} - 1 \quad (14)$$

2.2 ENERGIA POTENCIAL TOTAL

A energia de deformação para um elemento de cabo com deformação constante é dada por:

$$\pi = \int_V \left[\int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \right] dV \quad (15)$$

sendo $\sigma(\varepsilon)$ a tensão no elemento de cabo, ε a deformação longitudinal e V o volume do elemento de cabo.

Para um elemento de cabo com seção transversal constante (α_c) e comprimento indeformado com efeito térmico (L_t), a energia de deformação será:

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (16)$$

A Energia Potencial Total para um conjunto de n elementos de cabo é dada por:

$$\Pi(x) = \sum_{i=1}^n \pi - f^T x + \Pi_0 \quad (17)$$

onde π é a energia de deformação para cada elemento de cabo, f o vetor que contém as forças nodais externas, x vetor com deslocamentos nodais livres do sistema e Π_0 a energia potencial inicial do sistema.

2.3 GRADIENTE DA ENERGIA POTENCIAL TOTAL

O gradiente da função Energia Potencial Total para um arranjo de n cabos tensionados é dado pela derivada em relação aos deslocamentos livres (x_i) do sistema, assim como:

$$\nabla \Pi(x) = \frac{\partial \Pi(x)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \nabla \pi - f \quad (18)$$

Neste caso, é necessário calcular o gradiente de energia de deformação ($\nabla \pi$) para um elemento de cabo:

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \nabla \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (19)$$

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla \varepsilon \quad (20)$$

O gradiente de deformação da equação (20) é dado em função dos seis graus de liberdade (três translações por nó) do elemento de cabo.

Conforme demonstrado na equação (14):

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \delta} - 1 \quad (21)$$

$$\text{Conseqüentemente:} \quad \nabla \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{1}{2} (1 + \delta)^{-1/2} \frac{\partial \delta}{\partial x_k} \quad (22)$$

Com as equações (3), (9) e (13), tem-se:

$$\delta = L_t^{-1} z^T (2u + L_t^{-1} z) = 2L_t^{-1} z^T u + L_t^{-2} z^T z$$

$$u = (\cos \eta, \cos \gamma, \cos \xi) \quad \text{e} \quad z = q - p + c - \gamma_t l$$

$$z = \{[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta], [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma], [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi]\}$$

Fazendo $k = 1$:

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = 2L_t^{-1} \frac{\partial}{\partial x_1} (z^T u) + L_t^{-2} \frac{\partial}{\partial x_1} (z^T z) \quad (23)$$

mas:

$$z^T u = [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \cos \eta +$$

$$\begin{aligned}
 & [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \cos \gamma + \\
 & [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \cos \xi \quad e \quad z^T z = [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta]^2 + \\
 & [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma]^2 + \\
 & [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi]^2
 \end{aligned}$$

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (z^T u) = -\cos \eta \quad (24) \quad e \quad \frac{\partial}{\partial x_1} (z^T z) = -2[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \quad (25)$$

Substituindo as equações (24) e (25) na equação (23), obtém-se:

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = -2L_t^{-1} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = -L_t^{-1} (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} \quad (27)$$

Procedendo de forma análoga para $k = 2, 3, 4, 5$ e 6 , obtém-se:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = -L_t^{-1} (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (28)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} = -L_t^{-1} (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \quad (31)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} \quad (32)$$

O gradiente da energia de deformação ($\nabla \pi$) para o elemento de cabo, considerando o material linear elástico ($\sigma = E\varepsilon$), será:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (34)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} \quad (35)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_1} \quad (36)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_2} \quad (37)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_3} \quad (38)$$

3 MODELO LINEAR PARA CABO TENSIONADO

3.1 DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL

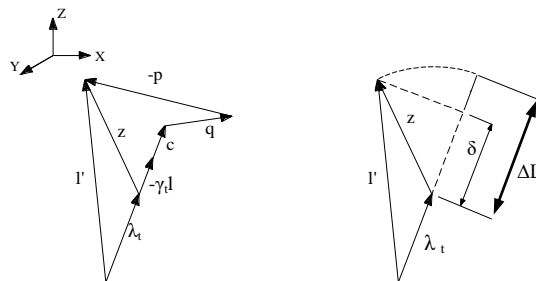
A deformação longitudinal do elemento de cabo para o modelo linear pode ser representada por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} \quad (39)$$

onde ΔL é a variação do comprimento no cabo e L_t o comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.

As relações mostradas nas equações (3) e (4) podem ser representadas vetorialmente para o modelo linear de cabo tensionado como segue abaixo (Figura 3).

Figura 3 – Representação vetorial do modelo linear de elemento de cabo (Menin [3])



Por se tratar de deslocamentos e deformações infinitesimais, a variação no comprimento do cabo (ΔL) pode ser aproximada pela projeção (δ) do vetor (z) na direção do cabo na configuração indeformada (λ_t). Logo, temos:

$$\delta = z^T u \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} = \frac{\delta}{L_t} \quad (40)$$

3.2 ENERGIA POTENCIAL TOTAL

Para um elemento de cabo com seção transversal constante (α_c) e comprimento (L_t), a representação da energia potencial é da mesma forma da equação (16), obtida anteriormente do modelo não-linear.

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (41)$$

3.3 GRADIENTE DA ENERGIA POTENCIAL TOTAL

Desta forma, o gradiente da Energia Potencial Total para um elemento de cabo é dado conforme equação (20). Então, o gradiente de deformação ($\nabla \varepsilon$) pode ser dado por:

$$\nabla \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{1}{L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_k} \quad (42)$$

Porém, conforme demonstrado na equação (24) para $k = 1$, e substituindo (43) em (42), obtém-se:

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} (z^T u) = -\cos \eta \quad (43) \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = -\frac{1}{L_t} \cos \eta \quad (44)$$

De forma análoga para $k = 2, 3, 4, 5$ e 6 , temos:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = -\frac{1}{L_t} \cos \gamma \quad (45)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} = -\frac{1}{L_t} \cos \xi \quad (46)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \quad (47)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \quad (48)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} \quad (49)$$

O gradiente da energia de deformação ($\nabla\pi$) para o elemento de cabo será:

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E \varepsilon \cos \eta \quad (50)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E \varepsilon \cos \gamma \quad (51)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E \varepsilon \cos \xi \quad (52)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_1} \quad (53)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_2} \quad (54)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_3} \quad (55)$$

4 ANÁLISE ESTÁTICA DO VENTO SEGUNDO A NBR6123

As forças decorrentes da incidência do vento em uma estrutura, comumente conhecidas por forças aerodinâmicas, produzem uma componente horizontal na direção do vento chamada força de arrasto – Fa , calculada conforme a equação: $Fa = Ca q A$, onde Ca é o coeficiente de arrasto (parâmetro aerodinâmico), q a pressão dinâmica do vento (parâmetro meteorológico) e A a área da superfície de referência (parâmetro geométrico).

Conforme a norma NBR6123 [1], o coeficiente de arrasto (Ca) em torres reticuladas de seção quadrada varia de acordo com o índice de área exposta φ . Este índice é definido como sendo a relação entre a área frontal efetiva de uma das faces da treliça e a área total correspondente à superfície limitada pelo contorno da treliça. É importante ressaltar que o coeficiente de arrasto (Ca) não é constante ao longo da torre, pois o seu valor é calculado individualmente para cada um dos módulos em função do índice de área exposta (φ) do respectivo módulo.

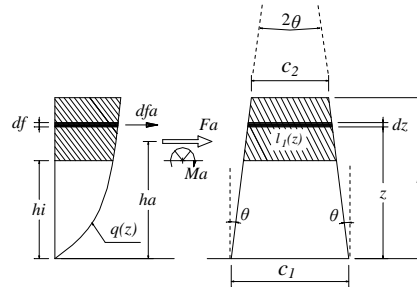
O parâmetro meteorológico (q) representa a variação da pressão dinâmica do vento em relação ao perfil de velocidades médias. A força de arrasto (Fa) pode ser determinada considerando o perfil contínuo de velocidades, ou, com boa aproximação, a partir de um perfil escalonado, conforme Blessmann.

A força de arrasto (Fa) é calculada para um diferencial (df) do perfil contínuo e integrada dentro do limite desejado. Admite-se inicialmente uma edificação com faces cheia corrigida posteriormente em

função do índice de área exposta $-\varphi$. Conforme o perfil contínuo da Figura 4, a força de arrasto para uma faixa de largura $l_1(z)$ e altura dz é dada por:

$$dfa = Caq(z)l_1(z)dz \quad (56)$$

Figura 4 – Força de arrasto a partir do perfil contínuo (Blessmann [2])



A força de arrasto parcial entre o topo da edificação (h) e o nível inferior (hi), será:

$$Fa = \int_{hi}^h dfa \quad \text{ou} \quad Fa = Ca \int_{hi}^h q(z) l_1(z) dz \quad (57)$$

resultando em:

$$Fa = K_2 \Rightarrow Ca \Rightarrow \left[\frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - hi^{2p+1}) - \frac{2 \cdot tg\theta}{2p+2} (h^{2p+2} - hi^{2p+2}) \right] \varphi \quad (58)$$

A distância (ha) entre o ponto de aplicação da resultante e a base é dada por:

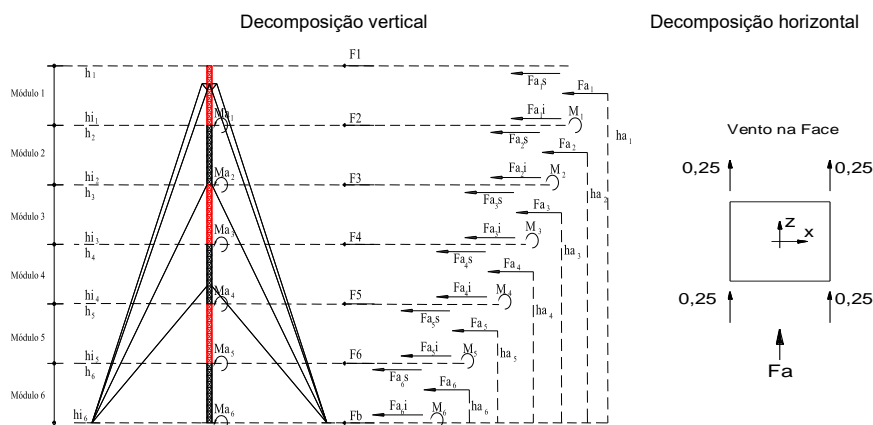
$$Fa ha = \int_{hi}^h z dfa \quad (59)$$

resultando em:

$$ha = \frac{\frac{c_1}{2p+2} (h^{2p+2} - hi^{2p+2}) - \frac{2 \cdot tg\theta}{2p+3} (h^{2p+3} - hi^{2p+3})}{\frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - hi^{2p+1}) - \frac{2 \cdot tg\theta}{2p+2} (h^{2p+2} - hi^{2p+2})} \quad (60)$$

Para o caso de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada submetidas a uma carga do vento incidindo com um ângulo (α) igual a 0° em relação à perpendicular à face de barlavento, as decomposições horizontal e vertical da força de arrasto (Fa) são apresentadas na NBR6123 [1] e esquematizadas conforme Figura 5.

Figura 5 – Decomposições vertical e horizontal para as forças de arrasto (F_a)



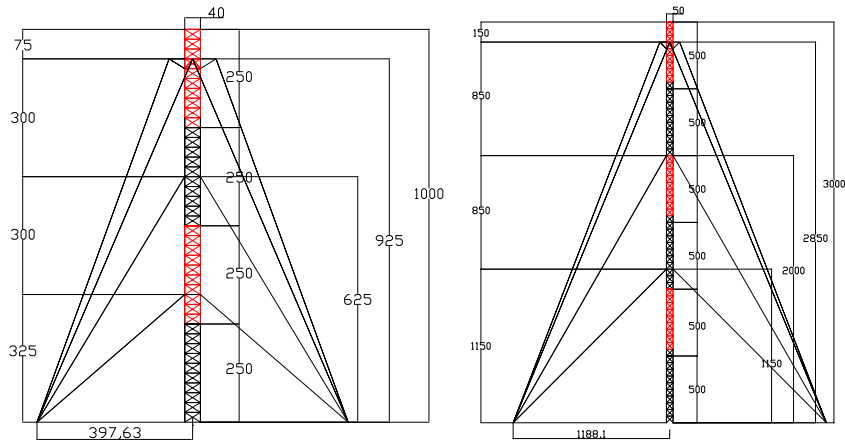
5 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados da análise estática realizada para as torres estaiadas de 10 e 30 metros de altura. Os resultados foram obtidos através do programa de análise estática (AETEQ), desenvolvidos por Menin. O programa computacional AETEQ utiliza o modelo linear para cabo tensionado. Os resultados foram avaliados em termos de deslocamento máximo de topo, reações de apoio e de ancoragem de cabos.

Na análise estática das torres estaiadas, a simulação do carregamento do vento foi determinada a partir dos parâmetros definidos na NBR6123, entre eles: velocidade básica do vento igual a 45m/s; fator topográfico S_1 igual a 1,0 e o fator estatístico S_3 , para o caso de torres de telecomunicações, é considerado igual a 1,1. As variações de temperatura (ΔT) nos elementos de cabo e barra das torres estaiadas não foram consideradas nesta análise. No programa AETEQ, apesar das exigências da norma NBR6123 para a consideração da ação estática do vento com ângulos de incidência (α) iguais a 0° e 45° da face de barlavento da torre, ressalta-se que neste trabalho foi adotado somente o ângulo de incidência igual a 0° (carregamento perpendicular a uma das faces).

As dimensões geométricas das torres estaiadas de 10 e de 30 metros e suas respectivas silhuetas são apresentadas na Figura 9.

Figura 9 – Torres estaiadas de 10 e de 30 metros (sem escala)



A tabela 2 apresenta inicialmente um resumo dos deslocamentos na direção do carregamento do vento tomando como referência os quatro nós situados no topo das torres estaiadas. Para a análise estática linear, as cargas atuantes nestas estruturas foram: peso próprio (PP), tensionamento dos cabos (DEF) e o carregamento do vento (CV), sendo consideradas como cargas nominais. Ainda na mesma tabela, é apresentada uma comparação dos deslocamentos nodais, obtidos através do programa AETEQ, com os do programa SAP2000.

Tabela 2 – Comparação entre deslocamentos nodais no topo das torres estaiadas

Nó	Deslocamentos nodais de topo (cm)			
	10m		30m	
	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP
1	0,4356	0,4406	2,6830	2,6848
2	0,4399	0,4448	2,6889	2,6905
3	0,4403	0,4449	2,6897	2,6906
4	0,4353	0,4400	2,6822	2,6834

Da tabela 2, observa-se que os valores dos deslocamentos dos nós de topo não apresentaram diferenças significativas entre os programas AETEQ e SAP2000 utilizados para esta análise. A variação de resultados entre os dois programas não ultrapassou 1%, mostrando-se satisfatória.

Devido ao grande número de elementos de barra das torres estaiadas, na tabela 3 são apresentados somente os esforços axiais máximos para os montantes (M) localizados na base destas estruturas.

MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE ESTÁTICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS SUBMETIDAS À AÇÃO DO VENTO

Tabela 3 – Esforços axiais nos montantes da base das torres estaiadas

Torre Estaiada	Montantes base	AETEQ	SAP2000	Diferença
		Esforço (kN)	Esforço (kN)	
10m	481	-6,09751	-6,07767	0,33%
	482	-6,44483	-6,39315	0,81%
	483	-13,23699	-13,26850	0,24%
	484	-12,92826	-12,92379	0,03%
30m	725	-4,37667	-4,35033	0,61%
	726	-6,01792	-5,99745	0,34%
	727	-35,28692	-35,33454	0,13%
	728	-33,64566	-33,64946	0,01%

Os resultados referentes às reações de apoio na base das torres estaiadas de 10 e de 30 metros de altura, incluindo também os pontos de ancoragem de cabos, são apresentados na tabela 4. Os resultados das reações de apoio foram obtidos do programa de análise estática AETEQ e posteriormente comparados às do SAP2000. Da tabela 4, os quatros primeiros nós correspondem sempre aos nós de extremidade inferior dos montantes, os demais correspondem aos pontos de ancoragem de cabos. As reações de apoio referentes aos eixos ortogonais x e z definem o plano horizontal, onde o eixo z compreende a direção do carregamento de vento e y o eixo vertical da estrutura.

Tabela 4 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000

Nó	Torre Estaiada de 30m					
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
241	0,0000	4,3934	0,0000	0,0056	4,3595	0,0000
242	0,0000	4,3738	-1,6769	0,0000	4,3212	-1,6799
243	0,0000	35,3137	0,0000	0,0026	35,3487	0,0000
244	0,0000	35,3334	-1,6769	0,0000	35,3459	-1,6797
249	-14,9159	-25,8013	-14,9257	-14,9120	-25,7968	-14,9218
250	14,9159	-25,8013	-14,9257	14,9090	-25,7972	-14,9189
251	5,3250	-10,4245	5,3152	5,3100	-10,3918	5,3002
252	-5,3348	-10,4245	5,3250	-5,3153	-10,3929	5,3056

Nó	Torre Estaiada de 10m					
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
161	0,0000	6,0997	0,0000	-0,0008	6,0788	0,0000
162	0,0000	6,1193	-0,5099	0,0000	6,0748	-0,5119
163	0,0000	13,2390	0,0000	0,0026	13,2685	0,0000
164	0,0000	13,2194	-0,5001	0,0000	13,2404	-0,5042
169	-6,4037	-11,0129	-6,4135	-6,4124	-11,0233	-6,4200
170	6,4037	-11,0129	-6,4135	6,4135	-11,0258	-6,4207
171	4,2463	-7,4334	4,2365	4,2276	-7,4142	4,2202
172	-4,2463	-7,4334	4,2365	-4,2308	-7,4155	4,2233

Verifica-se que, na comparação dos valores gerados pelo programa AETEQ e pelo programa SAP2000, a diferença entre reações de apoio permaneceu, na maioria dos casos, menor que 1%. Deste modo, pode-se concluir que existe uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos programas AETEQ e SAP2000.

6 CONCLUSÕES

Na análise estática das torres estaiadas, pôde-se observar que os resultados obtidos do programa AETEQ, utilizando o a formulação linear para elemento de cabo espacial, mostraram-se bem próximos aos obtidos através do programa SAP2000, apresentando variações de respostas não significativas na ordem de 1%, referentes aos deslocamentos do topo, esforços axiais máximos dos montantes da base e reações de apoio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABUBAKAR, M.; et al. Comparative study of finite element modeling techniques for lattice telecommunication towers. *Structures*, v. 62, p. 104–118, 2024.

ALTAY, O.; et al. Numerical investigation of the collapse mechanisms of self-supporting telecommunication towers under extreme wind loading. *Structures*, v. 60, art. 105842, 2024.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. *NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro, 1988. Confirmada em 2013.

BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

BLESSMANN, J. *Introdução ao Estudo das Ações Dinâmicas do Vento*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1998.

BLESSMANN, J. *Forças Devidas ao Vento em Edificações Altas*. Caderno de Engenharia CE-27. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1988.

CHEN, X.; et al. Stochastic wind field simulation and dynamic response of guyed masts using advanced Monte Carlo techniques. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 234, art. 105341, 2023.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.

FU, X.; LI, H.; et al. Wind-induced vibration analysis and structural reliability assessment of guyed transmission towers. *Engineering Structures*, v. 287, art. 116098, 2023.

GERE, J. M.; WEAVER JR., W. *Análise de Estruturas Reticuladas*. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

LOGAN, D. L. *A First Course in the Finite Element Method*. 6. ed. Stamford: Cengage Learning, 2017.

MENIN, R. C. G. *Análise Estática e Dinâmica de Torres Estaiadas*. Dissertação (Mestrado em Estruturas) — Universidade de Brasília, Brasília, 2002.

MORAES, C. S.; SILVA, A. R.; OLIVEIRA, M. T. Modelagem computacional aplicada à análise não linear de torres metálicas estaiadas submetidas ao vento. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 15, n. 4, p. 1–18, 2022.

PULINO, A. R. F. *Contribuição ao Estudo das Coberturas Pênseis*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

PULINO, A. R. F. Notas de aula não publicadas. Universidade de Brasília, Brasília, 1998.

SAP2000. *Structural Analysis Program: Advanced Analysis Reference Manual*. Version 10.0.1. Berkeley: Computers and Structures Inc., 2005.

SILVA, V. P.; PIMENTA, P. M. *Análise Não Linear de Estruturas*. São Paulo: EdUSP, 2008.

SORIANO, H. L. *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. São Paulo: EDUSP, 2003.

THOMAS, G. B.; WEIR, M. D.; HASS, J. *Thomas' Calculus*. 15. ed. Boston: Pearson, 2021.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1961.

ZHANG, Y.; et al. Structural optimization and aerodynamic performance of steel lattice towers subjected to wind loads. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 196, art. 107421, 2022.