

## NOÇÕES TOPOLÓGICAS NOS ANOS INICIAIS: CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

### TOPOLOGICAL CONCEPTS IN THE EARLY YEARS: DEVELOPING A PEDAGOGICAL APPROACH IN LIGHT OF THE HISTORY OF MATHEMATICS

 <https://doi.org/10.63330/armv1n6-009>

Submetido em: 19/08/2025 e Publicado em: 25/08/2025

**Rafael Marques Pinheiro**

Especialista em Educação

Matemática

SEED - PR

E-mail: [rafael.rmp@hotmail.com](mailto:rafael.rmp@hotmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5000-2931>

LATTES: <http://lattes.cnpq.br/1482141654830012>

#### RESUMO

Este projeto de pesquisa pode ser utilizado para Trabalhos de Conclusão de Curso, Monografias de Especialização e Dissertações de Mestrado associados aos pressupostos da Educação Matemática como campo de investigação teórica. Nesse sentido, propomos a estudantes e pesquisadores essas indagações que servem de suporte para estudos e pesquisas envolvendo as noções topológicas mediadas pela História da Matemática como abordagem metodológica de ensino. As noções topológicas que são ligadas aos estudos da Geometria parecem ser pouco exploradas em Educação Matemática, principalmente nos primeiros níveis de escolarização. Acreditamos que pesquisas futuras nesse entendimento possam contribuir positivamente com a prática pedagógica da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave** História da Matemática; Noções topológicas; Projeto de Pesquisa.

#### ABSTRACT

This research project can be used for final course projects, specialization monographs, and master's dissertations associated with the assumptions of mathematics education as a field of theoretical investigation. In this sense, we propose to students and researchers these questions that serve as support for studies and research involving topological notions mediated by the History of Mathematics as a methodological approach to teaching. Topological notions linked to the study of geometry seem to be under-explored in mathematics education, especially in the early grades. We believe that future research in this area can contribute positively to the teaching of mathematics in the early years of elementary school.

**Keywords:** History of Mathematics; Topological Concepts; Research Project.



## 1 INTRODUÇÃO

Desde a consolidação da Educação Matemática como campo de investigação teórica, é esperado que as pesquisas voltadas ao ensino de Matemática sejam realizadas de modo a aguçar o interesse dos alunos.

Bicudo (1993) já salientava que essas pesquisas devem explorar o ensino e a aprendizagem da Matemática levando em consideração seus aspectos históricos e políticos. Nesse sentido justificamos a importância de tópicos envolvendo a História da Matemática nos diferentes níveis de ensino.

Acreditamos que já nos primeiros anos de escolarização, a Matemática deve ser apresentada de modo que os alunos possam compreendê-la como uma ciência dinâmica em construção. Assim, parece ser importante promover reflexões sobre a formação de professores que atuam nesse nível de ensino.

Ao contrário do que se espera por pesquisadores engajados com uma Educação de qualidade, são poucas as pesquisas que envolvem a Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, principalmente referente à tópicos de Geometria (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2015).

Nacarato, Mengali e Passos (2015) alertam que as reformas educacionais iniciadas na década de 80 no Brasil, sugerem aos professores que atuam ou possivelmente irão atuar nos anos iniciais, o desafio de ensinar Matemática de um modo diferente como aprenderam.

Os currículos de matemática elaborados nessa década, na maioria dos países, trazem alguns aspectos em comum, que se podem dizer inéditos quanto ao ensino dessa disciplina: alfabetização matemática; indícios de não linearidade do currículo; aprendizagem com significado; valorização da resolução de problemas; linguagem matemática, dentre outros (NACARATO; MENAGALI; PASSOS, 2015, p. 16).

Ao propor as ideias iniciais de nossa dissertação esperamos nos situar em pesquisas que valorizem um “ensinar e aprender Matemática”, que vá ao encontro desse movimento fomentado pela Educação Matemática nos últimos 30 anos.

Como já sinalizado nossa pesquisa envolve Geometria, História da Matemática e anos iniciais do Ensino Fundamental e nossos objetivos se identificam a partir da seguinte indagação: *Quais as possíveis contribuições de uma sequência de atividades envolvendo noções topológicas encaminhas pela História da Matemática como abordagem metodológica de ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental?*

Assim, se faz presente na pesquisa o seguinte objetivo geral: Investigar as possíveis contribuições de uma sequência de atividades envolvendo noções topológicas à luz da abordagem histórica de ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir do objetivo geral, apresentamos os seguintes objetivos específicos:

- Reconstruir os principais fatos históricos acerca do surgimento e desenvolvimento da Topologia;



- Elaborar uma sequência de atividades para o ensino das noções topológicas por meio da abordagem histórica de ensino;
- Desenvolver a sequência de atividades elaborada com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- Analisar os dados por meio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2009).

## 2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

De acordo com o Brasil (1997) um dos papéis da Matemática no Ensino Fundamental deve ser o de preparar os indivíduos para o exercício de cidadania. Para tanto, é sugerido que os conteúdos matemáticos sejam apresentados de modo a fazer relações entre si, valorizando os conhecimentos prévios que os alunos já trazem para a escola.

Para que tais objetivos sejam alcançados, o mesmo documento estabelece que os professores devem ter uma concepção concreta acerca da Matemática que quer ensinar, uma vez que ela poderá influenciar diretamente sua prática em sala aula, e conseqüentemente a aprendizagem dos alunos. É indicado que os conteúdos matemáticos sejam abordados por meio de alguns encaminhamentos metodológicos, como a Resolução de Problemas, História da Matemática, Jogos e Tecnologias da Informação.

Sabemos que os chamados professores polivalentes devem ter como formação mínima, o curso de magistério<sup>1</sup>, embora a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96) estabeleça que preferencialmente os mesmos tenham formação de licenciatura em nível superior como a Pedagogia.

Acreditamos que embora esses cursos proporcionem uma boa formação nas disciplinas pedagógicas, nem sempre os profissionais saem preparados para o mercado de trabalho, tendo em vista as especificidades das disciplinas do currículo como a Matemática.

Nacarato (2010) com sua experiência em formação inicial e continuada de professores dos anos iniciais, tem observado que esses trazem lacunas no que tange ao conhecimento matemático, principalmente devido às marcas negativas em relação ao modo que esta disciplina foi apresentada em sua vida escolar.

Tal realidade acaba por constituir-se em uma situação complexa, uma vez que essas graduandas<sup>2</sup> irão ensinar matemática, o que coloca à formadora o desafio de romper com as crenças e as culturas de aulas de matemática ao longo de suas trajetórias estudantis. Essa constatação exige que sejam adotadas práticas de formação nas quais essas crenças e esses modelos de aula sejam explicitados, discutidos e problematizados durante a graduação (NACARATO, 2010, p. 906).

<sup>1</sup> Se referimos ao atual curso de Formação de docentes da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, nível médio, modalidade normal (PARANÁ, 2014).

<sup>2</sup> A autora se refere a graduandas de um curso superior de Pedagogia, sujeitos de uma pesquisa que traz a análise da produção escrita das acadêmicas, a fim de contribuir com a formação em ensino de Matemática das mesmas.



A ideia da autora nos leva a refletir sobre a importância de estudos envolvendo tópicos da Educação Matemática para professores dos anos iniciais, seja em sua formação inicial ou continuada. Acreditamos que esta iniciativa poderá contribuir fortemente com o ensino do conhecimento matemático para professores polivalentes e também para a aprendizagem matemática dos pequenos<sup>3</sup>.

Nacarato (2010) se referindo aos sujeitos de sua pesquisa, alega que a maioria dessas acadêmicas tiveram sua trajetória na Educação Básica em um período marcado por reformas educacionais em meados da década de 90, porém ainda carregam uma visão estática e atemporal acerca da Matemática e seu ensino, “essas reformas pouco influenciaram as práticas de ensino de matemática, pois essas alunas vivenciaram aulas totalmente tecnicistas, fortemente marcada pela linguagem formalista e destituídas de significado” (NACARATO, 2010, p. 915).

Discutir tópicos da História da Matemática na perspectiva da Educação Matemática, pode ser um encaminhamento muito rico para docentes formadores de professores polivalentes, pois autores como Miguel e Miorim (2011) defendem que além de conhecer os conteúdos matemáticos que irá lecionar, é importante que o professor conheça a história desses conteúdos. Acreditamos que História da Matemática quando usada para o ensino do conhecimento matemático, pode tornar as aulas mais instigantes e desafiadoras, além de contribuir com o entendimento de que Matemática é uma ciência construída e desenvolvida por seres humanos, portanto não se trata de uma ciência pronta e acabada (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Comentado sobre as propostas inovadoras encontradas em documentos oficiais voltadas ao ensino de Matemática para os anos iniciais, Nacarato, Mengali e Passos (2015) apontam preocupações quanto à formação desses professores, a fim de que as propostas saiam da prática discursiva, “[...] a formação que vem sendo oferecida às professoras das séries iniciais tem levado em consideração esses documentos curriculares – tanto para conhecimento e compreensão quanto para críticas?” (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2015, p. 21).

Essas indagações podem servir como uma alavanca para as reflexões de professores comprometidos com uma Educação Matemática de qualidade, inclusive aqueles que atuam nos primeiros anos da docência.

### **3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA DE ENSINO**

Como defendido por muitos pesquisadores (MIGUEL, 1993; MATTHEWS, 1995; NOBRE; BARONI, 1999; MIGUEL; MIORIM, 2011; ARAMAN, 2011; dentre outros) são inúmeras as potencialidades pedagógicas da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula.

---

<sup>3</sup> Se referimos aos alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.



Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998) estabelecem que a História da Matemática mediante um processo de transposição didática e levando em consideração outros recursos didáticos e metodológicos, pode propiciar importantes contribuições ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1998, p. 34).

As Diretrizes Curriculares Estaduais (2008) sugerem que os conteúdos matemáticos sejam abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática, as quais fundamentam a prática do professor. Entre essas tendências, destacamos a História da Matemática.

De acordo com o documento, a História pode contribuir para que seja alcançado um dos objetivos importantes da Matemática, ou seja, para que os estudantes compreendam a natureza dessa ciência, bem como sua relevância para a vida em sociedade.

A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época (PARANÁ, 2008, p. 66).

Tais defesas vêm ocorrendo há mais de duas décadas no Brasil, como mostra a tese de doutorado de Antonio Miguel no ano de 1993. Em sua pesquisa, Miguel (1993), faz uma relação entre História, História da Matemática e Educação Matemática. Quanto às contribuições da História da Matemática no ensino e aprendizagem, o autor apresenta uma lista de vantagens, a saber:

- Uma fonte de motivação para o ensino (História-Motivação);
- Uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História- Objetivo);
- Uma fonte de métodos adequados de ensino-aprendizagem (História- Método);
- Uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (História- Recreação);
- Um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino (História-Desmistificação);
- Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História- Formalização);
- Um instrumento para a constituição de um pensamento independente e crítico (História-Dialética);
- Um instrumento unificador dos vários campos da Matemática (História- Unificação);
- Um instrumento promotor de atitudes e valores (História-Axiologia);
- Um instrumento de conscientização epistemológica (História- Conscientização);
- Um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação);
- Um instrumento de resgate da identidade cultural (História-Cultura);
- Um instrumento revelador da natureza da Matemática (História- Epistemologia) (MIGUEL, 1993, p.106 - 107).



Concordamos com Araman (2011) ao registrar em sua tese de doutorado seu entendimento de que a História da Matemática integra um domínio mais abrangente de conhecimento, a saber, o domínio da História e Filosofia da Ciência.

[...] entendemos que pesquisas comprometidas com estudos especificamente voltados à história da matemática podem contribuir, ainda que de forma subjacente, para discussões relacionadas ao campo da filosofia da ciência, como no caso de estudos histórico-epistemológicos e histórico-axiológicos (ARAMAN, 2011, p. 74-75).

Matthews (1995) argumenta que a inserção da História e Filosofia no ensino das Ciências, podem contribuir positivamente tanto para a sistematização do conhecimento científico quanto para seu ensino, humanizando as ciências, de modo a tornar as aulas mais desafiadoras e reflexivas.

Com base em nossas pesquisas, podemos perceber que por meio da História descobrimos os porquês de determinados conhecimentos ou conceitos serem considerados científicos, ou até mesmo o porquê de ensiná-los no âmbito educacional, reconhecendo que estes são desenvolvidos de acordo com necessidades reais e caminham em conformidade com a sociedade de cada época, levando em conta, crenças e ordem prática de diferentes povos e diferentes culturas.

#### 4 NOÇÕES TOPOLÓGICAS

A topologia pode ser entendida como o estudo da continuidade, e quando relacionada aos aspectos geométricos, é definida como o estudo das propriedades das figuras geométricas que permanecem invariantes quando submetidas a transformações. (EVES, 1992, p.22).

A topologia se preocupa com os aspectos qualitativos das figuras geométricas. Noções de vizinhança, fora/dentro, interior/exterior, aberto/fechado, longe/perto, separado/unido, alto/baixo são chamados de noções topológicas (BORGES, 2005).

Em seu artigo Borges (2005) apresenta uma figura geométrica destacando algumas propriedades como:

- 1) O lado AB mede 5cm;
- 2) Seus quatro lados são iguais;
- 3) A distância do lado AC à margem esquerda é de 5,5 cm;
- 4) Todos os seus ângulos são iguais;
- 5) A figura divide o plano em três conjuntos de pontos:
  - a) Os pontos que estão dentro dela;
  - b) Os pontos que estão sobre as suas quatro linhas;
  - c) Os pontos que estão fora dela.



Borges (2005) divide essas propriedades em quantitativas e qualitativas:

De todas as propriedades acima mencionadas apenas a última não é estudada na Geometria de Euclides; as demais se caracterizam por suas propriedades métricas e, pertencem a essa Geometria. A propriedade assinalada por último não é uma propriedade métrica, ela não pode ser medida, não é associada a nenhum número; é uma “propriedade qualitativa” e, por conseguinte, pertence à Topologia (BORGES, 2005, p. 17).

Podemos perceber que a Topologia é uma área das chamadas Geometrias não Euclidianas e que se preocupa com os aspectos qualitativos de figuras geométricas, ou seja, independe do aspecto numérico e quantitativo.

Historicamente a resolução do problema das sete pontes de Königsberg por Leonard Euler em 1736 é considerada como sendo um dos primeiros resultados topológicos estudados. A ideia por trás desse problema é dar um passeio pela cidade, passando por todas as pontes.

Este problema consiste no seguinte: efetuar um passeio pela cidade e cruzar todas as pontes, uma única vez. A resposta é; não, não é possível tal passeio com a restrição mencionada. Este problema foi assim resolvido pelo matemático suíço Leonhard Euler (1707 – 1783) (BORGES, 2005, p. 25).

Os estudos de Topologia abriram caminhos para a moderna Teoria dos Grafos. Esses podem ser aplicados para planejar desde as redes de serviços urbanos, como água e eletricidade, até as de computadores.

Ao propormos o estudo da Topologia nos anos iniciais vamos levar em consideração a faixa etária dos alunos, de modo a contemplar atividades que valorizem o desenvolvimento das noções topológicas.

Acreditamos que se alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental tiverem contato com atividades que envolvam as noções topológicas, estarão mais bem preparados para estudar conceitos mais complexos relacionados a outras Geometrias no futuro. Quanto ao caráter histórico que propomos nessas atividades, objetivamos contribuir com o entendimento de que a Matemática é desenvolvida por seres humanos no decorrer do tempo.

## **5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Segundo Godoy (1995) as pesquisas qualitativas buscam responder questões que envolvem as relações sociais entre os seres humanos, “segundo esta perspectiva, um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada” (GODOY, 1995, p. 21).

Para a autora acima mencionada, quando se opta por pesquisas qualitativas, os autores vão a campo na busca de “captar” o fenômeno em estudo por meio da perspectiva de outras pessoas que estão envolvidas, considerando todos os pontos de vista que são relevantes.



Godoy (1995) afirma que as pesquisas qualitativas valorizam o contato direto do pesquisador com as situações que estão sendo pesquisadas, sendo que muitas vezes o instrumento utilizado por ele pode ser um gravador ou até mesmo um bloco de notas.

Em pesquisas qualitativas é papel do pesquisador tentar compreender todo o processo que envolve a pesquisa, ou seja, é preciso considerar os objetos de pesquisa de forma integral (GODOY, 1995).

Para André (2013) quando se trata de pesquisas qualitativas em Educação não é a atribuição de um nome que estabelece o rigor metodológico e sim todo o processo que permeia a pesquisa.

[...] a explicitação dos passos seguidos na realização da pesquisa, ou seja, a descrição clara e pormenorizada do caminho percorrido para alcançar os objetivos pretendidos, com a justificativa de cada opção feita. Isso sim é importante, porque revela a preocupação com o rigor científico do trabalho, ou seja: se foram ou não tomadas as devidas cautelas na escolha dos sujeitos, nos procedimentos de coleta e análise de dados, na elaboração e validação dos instrumentos, no tratamento de dados. Revela ainda a ética do pesquisador, que ao expor seus pontos de vista dá oportunidade ao leitor de julgar suas atitudes e valores (ANDRÉ, 2013, p. 96).

As pesquisas qualitativas são realizadas em uma perspectiva que trata o conhecimento como um processo socialmente construído por meio das interações entre os sujeitos, de modo a atuarem na realidade transformando-as e sendo transformados por ela (ANDRÉ, 2013).

Para a coleta de dados pretendemos utilizar os registros das atividades elaboradas, filmagens e gravação em áudio. Também poderá ter uma metodologia específica para a abordagem histórica.

Quando ao procedimento para a análise dos dados será a Análise de Conteúdo que segundo Bardin (2004) se trata de,

Um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitem a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2009, p. 44).

Já sabemos que nossa pesquisa será realizada em escola pública, porém ainda não definimos em qual ano do primeiro ciclo do Ensino Fundamental que as atividades serão desenvolvidas.

## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Um dos maiores desafios do professor de Matemática que se preocupa com uma educação de qualidade é ensinar de modo eficaz e com sentido efetivo para os alunos. Na maioria das vezes, os conteúdos são abordados sem fazer relação com seu desenvolvimento histórico e, nesse sentido, a História da Matemática vem como fio condutor entre o saber matemático e sua evolução perante a necessidade do mundo real (PARANÁ, 2008).

As ramificações da Geometria são pouco exploradas no campo científico em Educação Matemática,



principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Acreditamos na importância desses tópicos para a compreensão de que a Matemática se faz presente em situações do cotidiano e essas podem estar relacionadas com os conteúdos puramente matemáticos como a Topologia, mais especificamente as noções topológicas, que nos parece ainda, embrionárias nas Educação Matemática.

Temos a proposição de que o contato com alguns tópicos da História da Matemática e com o desenvolvimento histórico dos conteúdos, poderá contribuir com a formação crítica e reflexiva do aluno, não somente dos conteúdos matemáticos cientificamente sistematizados, mas de suas implicações na sociedade atual, colaborando para uma alfabetização matemática mais efetiva.



## REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, Marli. O que é um estudo de caso qualitativo em educação?. Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013.
- BARDIN, L. Análise de conteúdo. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2009. p. 226.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. Pro-posições., v.4, n.1, p. 18- 23, março 1993. Disponível em < <http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-bicudomav.pdf>>. Acesso em: 3 mar. 2017.
- BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BORGES, Carloman Carlos. A Topologia: Considerações Teóricas e Implicações para o Ensino da Matemática. NEMOC - Núcleo de Educação Matemática Omar Catunda. Caderno de Física da UEFS, 03 (02). UEFS 2005, p. 15-35.
- EVES, Howard. História da Geometria / Houward Eves; trad. Hygino H. Domingues, – São Paulo: Atual, 2004.
- GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35. n. 2, p. 57-63, mar./abr. 1995. Disponível em: Acesso em: 06 jun. 2016.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM – p. 4 – 13, Ano III, nº 4 – 1º sem. 1995.
- MATTHEWS, M. História, Filosofia e ensino de Ciências: a tendência atual de reaproximação. Caderno Catarinense de Ensino de Física. Florianópolis, v. 12, n. 3, p. 164-214, dez. 1995.
- MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História na educação matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- MIGUEL, A. Três estudos sobre história e educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação, área de concentração Metodologia do Ensino), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1993.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.